PITAGORAS ACADEMIA

EJERCICIOS CLASE - ÁLGEBRA

CAPÍTULO: DESIGUALDADES
TEMA: AXIOMAS – TEOREMAS – INECUACIONES POLINOMICAS Y RACIONALES – VALOR ABSOLUTO
PRODUCTO: UNI AVANZADO
PROFESOR: FREDDY AVALOS CUARITE

1. Sean los intervalos
$A=\langle -1; 2]$
$B=\langle 0; 3]$
$C=\langle -5; 3\rangle$
Determine el número de elementos enteros en $C-(A-B)$.

A) 6 B) 7 C) 5
D) 4 E) 8

2. Si A; B son conjuntos definidos por
$A=\{x\in\mathbb{R}/x<1 \leftrightarrow x>0\}$ y

$$B=\left\{x\in\mathbb{Z}/\frac{x^2}{16}\in A\right\}$$

entonces el número de elementos de B es

A) 3 B) 4 C) 6
D) 10 E) 15

3. Si $a<b<0$, halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. $\dfrac{b^2}{a}<b$

II. $\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{b}{a}>0$

III. Si $a\neq -b \rightarrow a(a+b)>(a+b)\cdot b$

IV. $a^{-1}>\dfrac{b+1}{a}$

A) VVVF B) VFVV C) FVVV
D) VVFF E) FVVF

4. Si $a\in\langle 0; b\rangle$, halle el intervalo al cual pertenece la expresión

$$\frac{a^2}{a^2b^2-b^4}$$

A) $\langle -2; 0\rangle$
B) $\langle 0; +\infty\rangle$
C) $\langle -\infty; 0\rangle$
D) $\langle -3; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -1\rangle$

5. Determine la variación de la expresión

$$E=\frac{2x}{x^2+x+1};\ x>0$$

A) $\langle 0; 1]$ B) $\left\langle 0; \frac{2}{3}\right]$ C) $\left\langle 1; \frac{3}{2}\right]$

D) $\left\langle 0; \frac{1}{2}\right]$ E) $\langle 1; 2]$

6. Sean a; b; c números reales positivos. Determine el máximo valor de K si

$$\frac{(a+b)(b+c)(a+c)}{abc}\geq K$$

A) 6 B) 9 C) 8
D) 4 E) 12

7. Determine el intervalo del parámetro α, de modo que la desigualdad $\alpha x^2-2x+\alpha\leq 1$ se cumpla para todo $x\in\mathbb{R}$

A) $\left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$

B) $\langle -\infty; 0\rangle$

C) $\left\langle -\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right]$

D) $\left\langle \frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right\rangle$

E) $\mathbb{R}-\left\langle \frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\rangle$

8. Se sabe que el conjunto solución de

$$\frac{bc(ax-1)}{b+c}+\frac{ab(cx-1)}{a+b}+\frac{ac(bx-1)}{a+c}>a+b+c$$

es $\langle m, +\infty\rangle$. Halle $m-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ si $\{a,b,c\}\subset\mathbb{R}^+$

A) $1/a$ B) $1/b$ C) $1/c$
D) $1/d$ E) a

9. Dado el conjunto

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}/\operatorname{sen}t(x-1)<t(x-1);0<t<\frac{\pi}{2}\right\}$$

calcule la suma de los cinco menores elementos enteros de S.

A) 10 B) 18 C) 20
D) 23 E) 29

10. Dados los conjuntos

$$A^C=\{x\in\mathbb{R}/x\le 5\ \vee\ x>8\}$$

$$B=\{x\in\mathbb{R}/(x^2+3x+7)(x^2-9)\ge 0\}$$

Halle $A\cap B$.

A) $[5;8\rangle$
B) $[-3;3]$
C) $[-3;5\rangle\cup\langle 8;+\infty\rangle$
D) $[8;+\infty\rangle$
E) $\langle 5;8]$

11. Respecto al conjunto A dado por

$$A=\{x\in\mathbb{R}/5x-1<(x+1)^2\le 7x+15\},$$

indique la secuencia correcta de verdadero (V) ó falso (F).

I. $\exists x\in A/1-x>0$

II. $A\cap\{1,2,6\}=\phi$

III. Los elementos de A suman 20.

A) VFV B) FVF C) VFF
D) FFV E) FFF

12. Sabiendo que $P_{(x)}\le 0;\ \forall x\in\langle -8;5]\cup[7;+\infty\rangle$

$P_{(x)}=-x^2+(2a+1)x+b+2$ /
$a\vee b\in\mathbb{R}$; calcule $2a-b$.

A) 0 B) 54 C) 48
D) 42 E) 36

13. Resuelva la siguiente inecuación en x.

$x^2+m^2+n^2+p^2>x(m+n+p);\ \{m,n,p\}\subset\mathbb{R}^+$

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R}^+$
C) $\mathbb{R}^-$
D) ϕ
E) $\left[m^2+n^2+p^2;+\infty\right\rangle$

14. Se tiene el conjunto

$$T=\left\{t\in\mathbb{R}/\forall x\in\mathbb{R}:x^2-\left(2\sqrt{2-\operatorname{sen}2t}\right)x+1\ge 0\right\}$$

Si $T\subset\langle 0,2\pi]$; calcule el cardinal del conjunto T.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 5

15. Dado el sistema de desigualdades

$$\begin{cases}y-x^2+6x-12\ge 0\\ 2y-x\le 4\end{cases}$$

Determine el máximo valor de $x+y$.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 10 E) 9

16. Determine el número de soluciones de

$$\left|x-\frac{1}{x}\right|+\left|x+\frac{1}{x}\right|=1$$

A) 4 B) 2 C) 1
D) 0 E) 3

17. Si al resolver la inecuación

$$\left|\left|x^2-x-1\right|-\left|2x-4\right|\right|\le x^2-3x+3$$

se obtiene como conjunto solución S, entonces indique lo correcto.

A) $S\subset\langle -\infty;-2]$
B) $\langle -1;1\rangle\subset S$
C) $S\subset\left[\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$
D) $S=\left\langle\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\rangle$
E) $S=\langle -1;1\rangle$

PARA EL ALUMNO

1. Determine el máximo producto $xy(72-3x-4y)$; donde $x, y > 0$

A) 1100 B) 1260 C) 1200
D) 1152 E) 1160

2. Determine el mínimo de

$$E=\frac{x(8x^2-12x+12)}{2x-1};\ x>\frac{1}{2}$$

A) 4 B) $4\sqrt[4]{\frac{64}{27}}$ C) $2\cdot\sqrt[4]{\frac{27}{64}}$
D) $3+3\sqrt[3]{4}$ E) $1+\sqrt[3]{4}$

3. Sabiendo que $2p=a+b+c$
calcule el máximo valor de k, siendo a, b, c lados de un triángulo que verifique
$p^3-3abc\geq k(p-a)(p-b)(p-c)$

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

4. Calcule el máximo de
$L=\sqrt[3]{2x+7}+\sqrt[3]{2y+7}$
si $x, y>0$ / $x+y=1$.

A) 2 B) $\sqrt[3]{2}$ C) 8
D) $2\cdot\sqrt[3]{4}$ E) 4

5. Sea $a+b=4$; tal que $a, b\in\mathbb{R}_0^+$.
Halle el menor valor de f donde
$f=\sqrt{a^2+9}+\sqrt{b^2+16}$

A) $4\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{13}$ C) $3+4\sqrt{2}$
D) $\sqrt{65}$ E) 9

6. En la siguiente inecuación
$x^2-\Delta x+\Delta<1$
donde Δ representa el discriminante del polinomio cuadrático $x^2-\Delta x+(\Delta-1)$,
podemos afirmar que
I. es posible que CS=$\langle 0; 1\rangle$.
II. es posible que CS=$\langle 1; 3\rangle$.
III. siempre se cumple que CS $\subset\langle 0; 3\rangle$.
IV. Car(CS $\cap\ \mathbb{Z}$) > 1.

A) solo I
B) solo II
C) solo III
D) I y II
E) I, II y III

7. Dado el polinomio de coeficientes reales
$P_{(x)}=x^3+ax^2+bx+c$
tal que sus tres raíces son reales positivas, además, sea el polinomio $Q_{(x)}=x^2-2x+3$. Se sabe que $P(Q_{(x)})=0$ tiene todas sus raíces imaginarias. Determine la variación de c.

A) $\langle -8; 0\rangle$
B) $\langle -27; +\infty\rangle$
C) $\langle -\infty; 8\rangle$
D) $\mathbb{R}$
E) $\langle -8; +\infty\rangle$

8. Si x_0 es una solución particular de la inecuación polinomial $x^3+9x\geq 3(x^2+3)$, ¿qué podemos afirmar?

A) x_0 y negativo
B) $x_0\in\langle -1; 1\rangle$
C) $x_0\geq 1+\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}$
D) $x_0\geq 1+\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}$
E) $x_0\geq\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}$

9. Resuelva la inecuación fraccionaria

$$\left(\frac{x^{2013}-1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^{2015}-1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^{2017}-1}{x-1}\right)>0$$

A) $\langle 0; 1\rangle$
B) $\langle 1; +\infty\rangle$
C) $\langle -\infty; -1\rangle$
D) $\langle -\infty; -1\rangle\cup\langle 0; 1\rangle$
E) $\mathbb{R}-\{1\}$

10. Resuelva

$$\frac{|x+2|-|3x-2|}{|x|-|x+3|}\leq 0$$

A) $\left\langle -\infty; -\frac{3}{2}\right\rangle\cup[0; 2]$

B) $x\in\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$

C) $x\in\left[-\frac{3}{2}; 0\right]\cup[2; +\infty\rangle$

D) $x\in\left[-\frac{3}{2}; 0\right\rangle\cup[2; +\infty\rangle$

E) $x\in\left\langle -\frac{3}{2}; 2\right\rangle$